Interrogation : Équations / Inéquations CORRIGÉ

$$\frac{x-1}{2x} \leq x+1 \Leftrightarrow \frac{x-1}{2x} - x - 1 \leq 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{x-1}{2x} + \frac{-2x^2-2x}{2x} \leq 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{-2x^2-x-1}{2x} \leq 0$$

étude du signe de $-2x^2 - x - 1$.
C'est un polynôme de degré 2
avec :

$$\Delta = 1 - 8 = -7 < 0 \text{ et } a = -2 < 0$$

Donc ce polynôme est négatif
sur $\mathbb{R}$.

$2x$ est négatif sur $\mathbb{R}^-$ et positif
sur $\mathbb{R}^+$ donc

le quotient est négatif sur $\mathbb{R}^+$
De plus cette inéquation n'est
pas définie en 0 donc $S = \mathbb{R}^+ \setminus \{0\}$

$$|2x-3| = 1-x$$

1er cas :

lorsque $2x-3 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq 1,5$

alors $|2x-3| = 2x-3$

$$2x-3 = 1-x$$

$$\Leftrightarrow 3x = 4 \Leftrightarrow x = 4/3$$

mais $4/3 < 1,5$

donc cette équation n'a pas de

solution sur $[1,5; +\infty[$

2ème cas :

lorsque $2x-3 \leq 0 \Leftrightarrow x \leq 1,5$

alors $|2x-3| = -2x+3$

$$-2x+3 = 1-x \Leftrightarrow -x = -2 \Leftrightarrow x = 2$$

mais $2 > 1,5$

donc cette équation n'a pas de

solution sur $] -\infty; 1,5]$

$S = \emptyset$

$$\sqrt{4x+1} + 1 = x \Leftrightarrow \sqrt{4x+1} = x-1$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 4x+1 \geq 0 \\ x-1 \geq 0 \\ 4x+1 = (x-1)^2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -0,25 \\ x \geq 1 \\ 4x+1 = x^2 - 2x + 1 \end{cases}$$

$$4x+1 = (x-1)^2$$

$$\Leftrightarrow -x^2 + 2x - 1 + 4x + 1 = 0$$

$$\Leftrightarrow -x^2 + 6x = 0 \Leftrightarrow x(-x+6) = 0$$

$\Leftrightarrow$

$$x = 0 \text{ ou } x = 6$$

On a trouvé 2 solutions à cette
équation mais seulement une

est supérieure à $-0,25$ et à 1

donc $S = \{6\}$

Interrogation : Équations / Inéquations CORRIGÉ

$$\frac{x-1}{2x} \leq x+1 \Leftrightarrow \frac{x-1}{2x} - x - 1 \leq 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{x-1}{2x} + \frac{-2x^2-2x}{2x} \leq 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{-2x^2-x-1}{2x} \leq 0$$

étude du signe de $-2x^2 - x - 1$.
C'est un polynôme de degré 2
avec :

$$\Delta = 1 - 8 = -7 < 0 \text{ et } a = -2 < 0$$

Donc ce polynôme est négatif
sur $\mathbb{R}$.

$2x$ est négatif sur $\mathbb{R}^-$ et positif
sur $\mathbb{R}^+$ donc

le quotient est négatif sur $\mathbb{R}^+$
De plus cette inéquation n'est
pas définie en 0 donc $S = \mathbb{R}^+ \setminus \{0\}$

$$|2x-3| = 1-x$$

1er cas :

lorsque $2x-3 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq 1,5$

alors $|2x-3| = 2x-3$

$$2x-3 = 1-x$$

$$\Leftrightarrow 3x = 4 \Leftrightarrow x = 4/3$$

mais $4/3 < 1,5$

donc cette équation n'a pas de

solution sur $[1,5; +\infty[$

2ème cas :

lorsque $2x-3 \leq 0 \Leftrightarrow x \leq 1,5$

alors $|2x-3| = -2x+3$

$$-2x+3 = 1-x \Leftrightarrow -x = -2 \Leftrightarrow x = 2$$

mais $2 > 1,5$

donc cette équation n'a pas de

solution sur $] -\infty; 1,5]$

$S = \emptyset$

$$\sqrt{4x+1} + 1 = x \Leftrightarrow \sqrt{4x+1} = x-1$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 4x+1 \geq 0 \\ x-1 \geq 0 \\ 4x+1 = (x-1)^2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -0,25 \\ x \geq 1 \\ 4x+1 = x^2 - 2x + 1 \end{cases}$$

$$4x+1 = (x-1)^2$$

$$\Leftrightarrow -x^2 + 2x - 1 + 4x + 1 = 0$$

$$\Leftrightarrow -x^2 + 6x = 0 \Leftrightarrow x(-x+6) = 0$$

$\Leftrightarrow$

$$x = 0 \text{ ou } x = 6$$

On a trouvé 2 solutions à cette
équation mais seulement une

est supérieure à $-0,25$ et à 1

donc $S = \{6\}$