Correction de l'interrogation Suites Numérique 1ère S3 06/01/2017

Exercice 1 :

1) $1+q+q^2+...+q^n = \sum_{k=0}^{n} q^k$

2) $\sum_{k=0}^{n} q^k = \frac{1-q^{n+1}}{1-q}$

3) Pour q ≠ 1 $S = 1 + q + q^2 + \cdots + q^n$ et $qS = q + q^2 + \cdots + q^n + q^{n+1}$ donc $qS - S = q^{n+1} - 1$

donc $S(q-1) = q^{n+1} - 1$ et $S = \frac{q^{n+1}-1}{q-1}$

Exercice 2 :

On appelle $u_1, u_2, u_3, u_4, u_5, u_6$ *et* u_7 ces 7 nombres. Il s'agit de 7 termes consécutifs d'une suite arithmétique de raison 2 et de premier terme u_1.

On exprime les 7 termes en fonction du quatrième u_4 (car il est central).

$u_1 = u_4 - 6$

$u_2 = u_4 - 4$

$u_3 = u_4 - 2$

$u_4 = u_4$

$u_5 = u_4 + 2$

$u_6 = u_4 + 4$

$u_7 = u_4 + 6$

On somme ces 7 nombres :

$u_1 + \cdots + u_7 = 7u_3$

Donc $7u_3 = 98$ *et donc* $u_3 = 14$

Les 7 nombres sont : 8, 10, 12, 14, 16, 18 et 20.

Exercice 3 :

Soit (u_n) la suite définie pour tout entier n par $u_{n+1} = 2u_n + 5$ *et* $u_0 = 1$.

1) $u_1 = 2 + 5 = 7$; $u_2 = 14 + 5 = 19$ et $u_3 = 38 + 5 = 43$.

2) $u_2 - u_1 = 12$ et $u_3 - u_2 = 24$ *donc* $u_2 - u_1 \neq u_3 - u_2$

Et $\frac{u_2}{u_1} = \frac{19}{7}$ *et* $\frac{u_3}{u_2} = \frac{43}{19}$ *donc* $\frac{u_2}{u_1} \neq \frac{u_3}{u_2}$

donc (u_n) n'est ni arithmétique, ni géométrique.

3) On pose $v_n = u_n + 5$ pour tout entier naturel n.

$v_{n+1} = u_{n+1} + 5 = 2u_n + 5 + 5 = 2u_n + 10 = 2(u_n + 5) = 2u_{n+1} = 2v_n$

(v_n) est une suite géométrique de raison 2 et son premier terme $v_0 = u_0 + 5 = 6$

4) $v_n = 6 \times 2^n \; \forall n \in N$

5) $u_n = v_n - 5 = 6 \times 2^n - 5 \; \forall n \in N$

Exercice 4 :

1) Augmenter un nombre de 4% revient à le multiplier par 1,04 donc $C_{n+1} = 1{,}04\, C_n$ pour $n \geq 1$.

2) (C_n) est une suite géométrique de raison 1,04 et de premier terme 6500 donc $C_n = 6500 \times 1{,}04^n$.

Son capital au bout de 8 ans sera $C_8 = 6500 \times 1{,}04^8 \approx 8895{,}70 euros$

3)
```
6500→U
0→C
While U<13000
    U*1,04→U
    C+1→C
End
Disp C
```

Exercice 5 : La spirale de Pythagore

1) OA_1A_2 est un triangle rectangle en A_1 donc, d'après le théorème de Pythagore $OA_2^2 = OA_1^2 + A_1A_2^2$

$OA_2^2 = 1^2 + 1^2 = 2$

$OA_2 = \sqrt{2}$ car $OA_2 > 0$

De même OA_3A_2 est un triangle rectangle en A_2 donc, d'après le théorème de Pythagore $OA_3^2 = OA_2^2 + A_2A_3^2$

$OA_3^2 = \sqrt{2}^2 + 1^2 = 3$

$OA_3 = \sqrt{3}$ car $OA_3 > 0$

Donc $u_2 = \sqrt{2}$ et $u_3 = \sqrt{3}$

2) Le triangle OA_nA_{n+1} est rectangle en A_n.

D'après le théorème de Pythagore :

$OA_{n+1}^2 = OA_n^2 + A_nA_{n+1}^2$

donc $u_{n+1}^2 = u_n^2 + 1^2$ u_{n+1} est une longueur donc un nombre positif donc

$u_{n+1} = \sqrt{u_n^2 + 1}$

3) Il semble, d'après la question 1) que $u_n = \sqrt{n}$

Si $u_n = \sqrt{n}$ alors, $u_{n+1} = \sqrt{u_n^2 + 1} = \sqrt{\sqrt{n}^2 + 1} = \sqrt{n+1}$ donc si cette forme explicite est vraie au rang n, elle est également vraie au rang n+1