DST commun | Nom : | 14/05/2014
Classe de 2^{nde} | Prénom :

DST de mathématiques (3 heures, noté sur 40 points)

Les **calculatrices sont autorisées**. **RENDRE LE SUJET avec la COPIE**

I. Soit les fonctions f et g définies par $f(x) = (x-3)(2x+1) - (x-3)^2$ et $g(x) = (x-1)^2 - 4$ (8 points)

1) Développer et factoriser $f(x)$ et $g(x)$
2) Choisir l'expression la plus adaptée de $f(x)$ et $g(x)$ pour répondre aux questions suivantes :
a) Déterminer les images par f et par g des trois nombres suivants : $\mathbf{3}$; $\sqrt{\mathbf{2}}$; $(\sqrt{\mathbf{3}} + \mathbf{3})$.
b) Déterminer les antécédents de 0 par f et par g
c) Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations : $f(x) = 3 \times g(x)$; $g(x) - f(x) = 7$
d) Résoudre dans $\mathbb{R}$ les inéquations : $f(x) + 12 \leq g(x) + 3$; $\frac{f(x)}{g(x)} > 0$

II. Résoudre dans $\mathbb{R}$ les inéquations suivantes: (6 points)

1) $(5+x)^2 - (3x-4)(5+x) \leq 0$

2) $(3x+2)^2 < (x+1)^2$

3) $\frac{1}{x^2-1} \leq \frac{2}{x+1}$

4) $\frac{3}{3-x} + \frac{1}{x+3} \leq \frac{4x}{9-x^2}$

III. Dans une classe de 30 élèves, 14 sont des filles. Par ailleurs, 8 filles et 4 garçons sont des internes. Les autres sont externes. On choisit un élève au hasard dans cette classe. On considère les événements suivants :
I : « l'élève choisi est interne » G : « l'élève choisi est un garçon »
On note respectivement $\overline{I}$ et $\overline{G}$ les événements contraires des événements I et G
Vous donnerez les résultats des calculs probabilités sous forme de fractions que vous aurez simplifiées. (6 points)

1) Compléter le tableau ci-dessous :

	G	$\overline{G}$	Total
I			
$\overline{I}$			
Total			30

2) Calculer P (I) puis P (G)

3) Définir l'événement $I \cap G$ et déterminer P $(I \cap G)$

4) Calculer P $(I \cup G)$

5) Définir l'événement $\overline{I} \cap \overline{G}$ et déterminer sa probabilité
6) Définir l'événement $\overline{I \cap G}$ et déterminer sa probabilité

DST commun — Nom : — 14/05/2014

Classe de 2^{nde} — Prénom :

IV. Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = x^2 + 3x - 4$ (4 points)

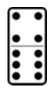
Soit $\mathcal{P}$ la parabole représentant f dans un repère orthonormé.

1) Déterminer les antécédents de -4
2) En déduire l'abscisse du sommet de la parabole $\mathcal{P}$. Calculer alors l'ordonnée du sommet de la parabole $\mathcal{P}$.
3) Déterminer les variations de f puis construire le tableau de variations.
4) Tracer la parabole $\mathcal{P}$ dans un repère orthonormé (O ; I ; J) avec OI = OJ = 1 cm.

V. Soit ABCD un rectangle dont les côtés ont pour longueur AB = 5cm et AD = 3cm. (5 points)

Soit les points : M de [AB] tel que $AM = x$; N de [BC] tel que $CN = x$; P de [CD] tel que $CP = x$; Q de [AD] tel que $AQ = x$.

1) Montrer que l'aire de MNPQ vaut $8x - 2x^2$.
2) Démontrer que l'aire de MNPQ est toujours inférieure ou égale à 8cm^2.
3) Démontrer que cette aire est inférieure ou égale à 6 si et seulement si $x^2 - 4x + 3 \geq 0$.
4) Vérifier que $x^2 - 4x + 3 = (x-1)(x-3)$ puis résoudre l'inéquation $x^2 - 4x + 3 \geq 0$.
5) Déterminer les valeurs de x pour lesquelles l'aire de MNPQ est inférieure ou égale à 6 cm^2.

VI. <u>Jeu de domino</u> dans la version « double 6 » Exemple : ce domino contenant 4 et 6  (5 points)

Un domino est un jeton plat rectangulaire dont le dessus est divisé en deux en son milieu. Chaque partie porte un nombre entier de points de 0 à 6, ce nombre pouvant être le même (jeton double) ou non sur chaque partie. Un jeu de domino ne comporte pas 2 dominos identiques.

1) Vérifier qu'un jeu de dominos possède en tout 28 jetons dont 7 doubles.
2) On tire un domino au hasard.
   Déterminer la probabilité :
   - de l'événement A : « Tirer un domino double ».
   - de l'événement B : « Tirer un domino dont une partie (au moins) porte le numéro 6. »
   - de l'événement C : « Tirer le double 0 ».
3) On tire un premier domino au hasard, on le remet dans le jeu puis on tire un deuxième domino au hasard.
   Quelle est la probabilité :
   - de l'événement D : « Tirer 2 dominos doubles »
   - de l'événement F : « Ne tirer aucun domino double parmi les 2 dominos tirés»

VII. Dans une usine de conserves, on remplit les boîtes à l'aide d'un système automatisé. (6 points)

Pour en vérifier le réglage, on prélève au hasard 800 boîtes et on pèse leur contenu.

La répartition des masses, regroupées par classes, est la suivante :

Masse exprimée en grammes	[480; 500 [	[500; 510 [	[510; 520 [	[520; 530 [	[530; 550 [
Effectif	120	376	192	72	40
Fréquences	0,15				
Fréquences cumulées croissantes (FCC)					1

1) Compléter le tableau ci-dessus en remplissant les fréquences et les fréquences cumulées croissantes.

2) Tracer la courbe des fréquences cumulées croissantes sur le graphique ci-dessous.

(On suppose que dans chaque classe, la répartition des masses est uniforme.)

3) a) A quelle classe appartient la médiane de cette série ? En donner une valeur arrondie à l'unité à l'aide du graphique (tracer les pointillés représentants votre lecture).

b) Déterminer graphiquement les premier et troisième quartiles Q_1 et Q_3 (tracer les pointillés représentants votre lecture).

4) Calculer la moyenne $\bar{x}$ des masses de cet échantillon.

5) On estime que la machine fonctionne correctement si les conditions suivantes sont vérifiées :

- L'étendue de la série est inférieure à 15% de $\bar{x}$
- Le premier quartile est supérieur à 500 g
- L'écart interquartile n'excède pas 20 g .

Peut-on considérer que cette machine fonctionne correctement ?

DST commun
Classe de 2nde

Nom :
Prénom :

14/05/2014