

3 heures – calculatrice autorisée

Exercice 1 : (sauf 2^{nde} G : voir exercice de remplacement)

1. Résoudre : $(3-2x)(4x+1) \leq 0$

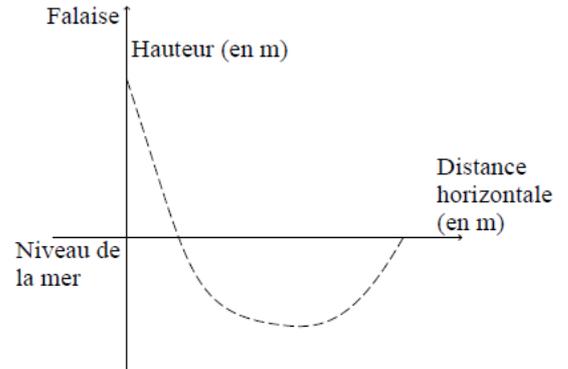
2. Résoudre : $\frac{(x-1)(x+1)}{(3-x)} \leq 0$

Exercice 2 :

Un oiseau se nourrit de poissons en plongeant dans l'eau depuis une falaise. Soit $h(x)$ la hauteur de l'oiseau au dessus du niveau de l'eau en fonction de la distance x , à l'horizontale, le séparant de la rive.

L'oiseau décrit une parabole et on trouve :

$$h(x) = x^2 - 6x + 5 \text{ pour } x \text{ appartenant à } [0;6].$$

**Partie A :**

- À quelle hauteur l'oiseau a-t-il commencé son plongeon? Justifier.
- Compléter le tableau de valeur suivant :

x	0	1	2	2,5	3	3,5	4	5	6
$h(x)$									

- Tracer la courbe représentative de h dans un repère orthogonal.
- Indiquer par lecture graphique :
 - le sens de variation de h ,
 - à quelle distance de la rive la hauteur de l'oiseau est minimale.

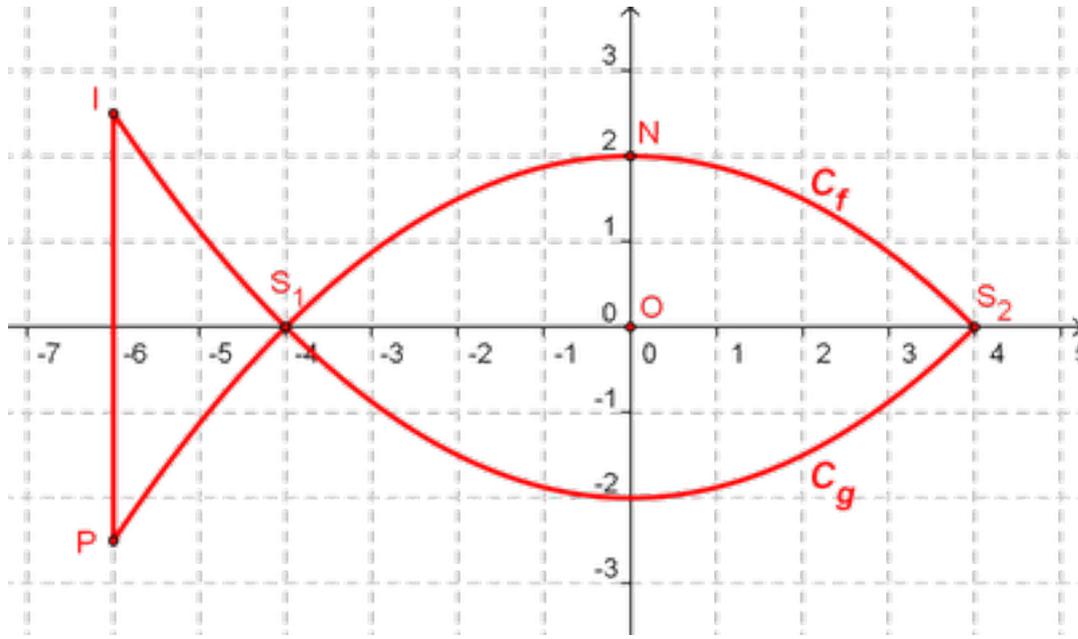
Partie B :

- Montrer que $h(x) = (x-3)^2 - 4$
- Etudier les variations de h sur $]-\infty;3]$ puis sur $[3;+\infty[$.
- Donner dans chaque cas un encadrement de $h(x)$ en justifiant votre réponse :
 - $1,5 \leq x \leq 2$
 - $3 \leq x \leq 4$
- Etudier l'extremum de h sur \mathbb{R} .
- En déduire le tableau de variation complet de h sur $[0;6]$.
- Ecrire l'équation qui permet de déterminer à quelles distances l'oiseau est entré ou sorti de l'eau. Résoudre cette équation. Indiquer comment on trouve ce résultat graphiquement.
- Trouver par le calcul les solutions de $h(x) < 0$.

Exercice 3 :

- 1) Déterminer l'équation de la droite (IP)
- 2) Soit les fonctions f et g représentées par les deux courbes C_f et C_g qui ont servi à dessiner ce poisson.
Déterminer $f(x)$ et $g(x)$

Indication : f et g sont des polynômes du 2nd degré.



Exercice 4 :

Un grossiste livre 80 poissons à un restaurateur. Or, 15 d'entre eux sont trop petits et 5 ne sont pas frais (dont 2 qui sont à la fois trop petits et pas frais). Hélas, le restaurateur ne se gêne pas pour tous les faire griller et les proposer à ses clients. Ne vous doutant de rien, vous entrez dans le restaurant et vous commandez un poisson grillé.

On note G le fait que le poisson soit suffisamment grand et F sa bonne fraîcheur. Les événements contraires sont indiqués avec une barre au-dessus.

- 1) Construire un diagramme représentant les données de l'énoncé
- 2) Calculer la probabilité que vous mangiez un poisson qui n'est pas frais.
- 3) Expliciter les événements $F \cap G$, $\bar{F} \cap \bar{G}$, $\bar{G} \cup \bar{F}$.
En déduire $P(F \cap G)$ et $P(G \cup F)$.
- 4) Votre poisson est tout petit. Quelle est la probabilité qu'il soit frais ?

Exercice 5 :

Le plan est muni d'un repère orthonormé $(O ; \vec{i} ; \vec{j})$.

- 1) Placer les points $A(-2 ; 1)$, $B(5 ; 5)$, $C(6 ; -3)$ et $E(-3,5 ; 0)$
- 2) Les points A , B et E sont-ils alignés ?
- 3) Calculer les coordonnées du point M milieu du segment $[AC]$.
- 4) a) Calculer les coordonnées du point D tel que $ABCD$ soit un parallélogramme.
b) Quelle est la nature du triangle MAB ?
c) Préciser la nature du quadrilatère $ABCD$.

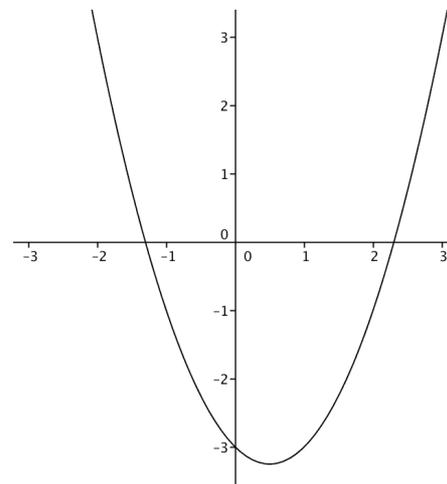
Exercice 6 : Uniquement pour les classes de 2de A-B-D-E-F-G

Soit f , la fonction définie sur \mathbb{R} par : $f(x) = x^2 - x - 3$

On observe, sur la représentation graphique, donnée ci-contre, que

l'équation $x^2 - x - 3 = 0$ admet une solution dans l'intervalle $[2;3]$.

L'objectif de cet exercice est de déterminer une valeur approchée de cette solution.



- 1) a) Vérifier par le calcul que $f(2) < 0$ et $f(3) > 0$
- b) Calculer $f(2,5)$. Quel est son signe?
- c) En déduire si la solution se trouve dans l'intervalle $[2 ; 2,5]$ ou bien dans l'intervalle $[2,5 ; 3]$. Justifier votre réponse.

- 2) Lire et appliquer l'algorithme ci-dessous pour compléter le tableau.

Chaque colonne correspondant à un passage dans la boucle. Donner les valeurs des variables ou des expressions à la fin de la boucle **Tant que**.

Entrée	A, B et x nombres
Initialisation	A prend la valeur 2 B prend la valeur 3
Traitement :	Tant que $B - A > 0,1$ x prend la valeur $\frac{A+B}{2}$ si $x^2 - x - 3 > 0$ alors : B prend la valeur $\frac{A+B}{2}$ sinon : A prend la valeur $\frac{A+B}{2}$ Fin Si
Sortie	Fin Tant que Afficher x



	Initialisation	1 ^{er} passage	2 ^{ème} passage	3 ^{ème} passage	...
x	/				
$x^2 - x - 3$	/				
A	2				
B	3				
$B - A$	1				

- 3) Qu'affiche l'algorithme quand il est terminé? Que représente cette valeur concernant l'équation $x^2 - x - 3 = 0$?

Bonus : En utilisant la forme canonique, puis factorisée de la fonction f , donner la valeur exacte de la solution positive de l'équation $x^2 - x - 3 = 0$.

Exercice 6 : Pour les classes de 2nde C et G

Soit la fonction f définie sur \mathbb{R} par $f(x) = \frac{1}{2}x^2 - \frac{7}{2}x + 3$. On note C_f la courbe représentative de la fonction f dans le plan muni d'un repère orthonormé.

- 1) a) Le point $A(\frac{3}{2}; \frac{-9}{8})$ appartient-il à la parabole C_f ?
b) Déterminer la forme canonique de $f(x)$.
En déduire le tableau de variation de la fonction f .
- 2) Soit g la fonction affine telle que : $g(-2) = 6$ et $g(4) = -3$ et soit D la droite représentant la fonction g .
Déterminer l'expression de $g(x)$ en fonction de x .
- 3) a) Montrer que, pour tout réel x , $f(x) - g(x) = \frac{1}{2} [(x - 2)^2 - 4]$
b) Etudier le signe de $f(x) - g(x)$.
c) En déduire les positions relatives de C_f et D .
- 4) Retrouver le 3)c) graphiquement à l'aide de votre calculatrice.