

Exercice 1

1) Etude du signe de $3-2x$ et $4x+1$

$3-2x > 0 \quad 4x+1 > 0$

$-2x > -3 \quad 4x > -1$

$x < 3/2 \quad x > -1/4$

x	$-\infty$	$-1/4$	$3/2$	$+\infty$
$3-2x$	+	+	-	
$4x+1$	-	+	+	
$(3-2x)(4x+1)$	-	+	-	

$$S =]-\infty; -1/4] \cup [3/2; +\infty[$$

$2) x-1 > 0$

$x > 1$

$x+1 > 0$

$x > -1$

$3-x > 0$

$x < 3$

x	$-\infty$	-1	1	3	$+$
$x-1$	-	-	+	+	
$x+1$	-	+	+	+	
$3-x$	+	+	+	-	
$\frac{(x-1)(x+1)}{(3-x)}$	+	-	+	-	

$$S = [-1; 1] \cup [3; +\infty[$$

Exercice 2 : Partie A :

1. L'oiseau a commencé son plongeon à l'abscisse 0. $h(0)=5$.

Il se trouvait donc à la hauteur 5m.

2.

x	0	1	2	2,5	3	3,5	4	5	6
$h(x)$	5	0	-3	-3,75	-4	-3,75	-3	0	5

4. Par lecture graphique h est **décroissante** sur $]-\infty; 3]$ et **croissante** sur $[3; +\infty[$, La hauteur de l'oiseau est **minimale à 3m** de la rive.

Partie B :

1. $(x-3)^2 - 4 = x^2 - 6x + 9 - 4 = x^2 - 6x + 9 = h(x)$

2. La forme canonique d'une fonction polynôme de degré 2 est

 $x \mapsto a(x-\alpha)^2 + \beta$. Si $a > 0$, elle est décroissante sur $]-\infty; \alpha]$ et croissante sur $[\alpha; +\infty[$. Ici $a > 0$ car $a = 1$, $\alpha = 3$ et $\beta = -4$ donc **h est décroissante sur $[0, 3]$ et croissante sur $[3, 6]$.**3. (a) 1,5, x et 2 appartiennent à l'intervalle $[0, 3]$ or h est décroissante sur $[0, 3]$ donc si $1,5 \leq x \leq 2$ alors $h(1,5) \geq h(x) \geq h(2)$ et donc

$$-1,75 \geq h(x) \geq -3 \quad h(x) \in [-3; -1,75]$$

(b) 3, x et 4 appartiennent à l'intervalle $[3, 6]$ or h est croissante sur $[3, 6]$

donc si $3 \leq x \leq 4$ alors $h(3) \leq h(x) \leq h(4)$ et donc $-4 \leq h(x) \leq -3 \quad h(x) \in [-4; -3]$

4. Le sommet de la parabole a pour coordonnées $(\alpha; \beta)$, Lorsque $a > 0$, β est son minimum, atteint en α . Ici, le **minimum est -4, atteint en 3**

5.

x	0	6
$h(x)$	5	5

6. L'oiseau est entré ou sorti de l'eau lorsque son ordonnée est nulle

$h(x) = 0$ c'est à dire $(x-3)^2 - 4 = 0$

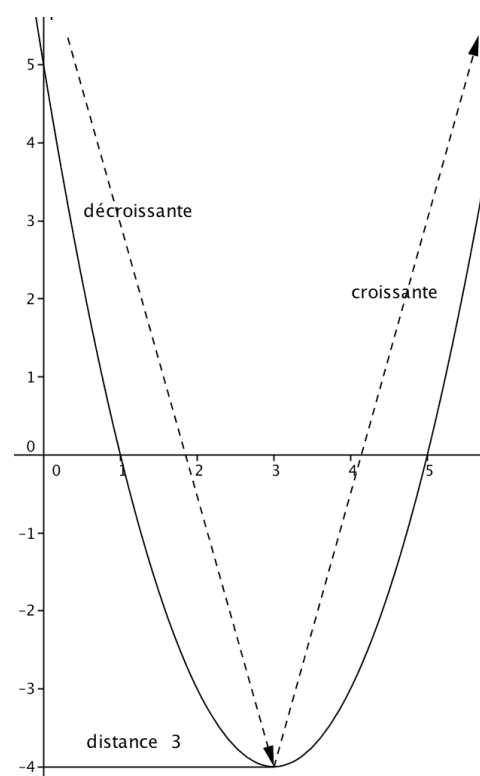
$(x-3)^2 - 4 = 0 \Leftrightarrow (x-3+2)(x-3-2) = 0 \Leftrightarrow (x-1)(x-5) = 0$

C'est une équation produit nulle. $S = \{1; 5\}$

7. $h(x) < 0 \Leftrightarrow (x-1)(x-5) < 0$

Ce sont les abscisses des points d'intersection de la courbe avec l'axe des abscisses : c'est bien 1m et 3m.

$$S =]1; 5[$$



x	$-\infty$	1	5	$+$
$x-1$	-	+	+	
$x-5$	-	-	+	
$(x-1)(x-5)$	+	-	+	

Exercice 3 :

- La droite (IP) passe par les points I(-6;2,5) et P(-6;-2,5) et ces deux points ont la même abscisse donc l'équation de (IP) est de la forme $x = k$ ici (IP): $x = -6$
- Le sommet de la parabole C_f a pour coordonnées (0;2) La forme canonique de la fonction f (voir exercice 2 question 4.) est donc $f(x) = a(x-0)^2 + 2$ donc $f(x) = ax^2 + 2$. De plus C_f passe par le point (4;0) donc

$$f(4) = 0 \Leftrightarrow a \times 4^2 + 2 = 0 \Leftrightarrow a = \frac{-2}{16} = -\frac{1}{8} \text{ et donc } f(x) = -\frac{1}{8}x^2 + 2$$

De même le sommet de la parabole C_g a pour coordonnées (0;-2) $g(x) = ax^2 - 2$ De plus C_g passe par le point

$$(4;0) \text{ donc } g(4) = 0 \Leftrightarrow a \times 4^2 - 2 = 0 \Leftrightarrow a = \frac{2}{16} = \frac{1}{8} \text{ et donc } g(x) = \frac{1}{8}x^2 - 2$$

Exercice 4 :

1) A rajouter...à la main

$$2) P(\bar{F}) = \frac{\text{nb issues favorables à } \bar{F}}{\text{nb total d'issues}} \text{ donc } P(\bar{F}) = \frac{5}{80} \quad P(F) = \frac{1}{16}$$

3) $F \cup G$ est l'événement : "le poisson est grand ou frais"

$\bar{F} \cap \bar{G}$ est l'événement "le poisson est petit et n'est pas frais"

$\bar{F} \cup \bar{G}$ est l'événement : "le poisson ne fait pas partie des grand ou des frais donc il est petit et n'est pas frais"

$$P(F \cup G) = 1 - P(\bar{F} \cup \bar{G}) \text{ or il y a 2 poissons petits et pas frais.}$$

$$P(\bar{F} \cup \bar{G}) = \frac{2}{80} = \frac{1}{40} \text{ donc } P(F \cup G) = 1 - \frac{1}{40}; \quad P(F \cup G) = \frac{39}{40}$$

$$\text{et } P(\bar{F} \cap \bar{G}) = P(\bar{F} \cup \bar{G}) = \frac{1}{40}$$

$$P(F \cap G) = P(G) + P(F) - P(F \cup G)$$

$$\text{avec } P(G) = 1 - P(\bar{G}) = 1 - \frac{15}{80} = \frac{65}{80}$$

$$\text{et } P(F) = 1 - P(\bar{F}) = 1 - \frac{5}{80} = \frac{75}{80}$$

$$P(F \cap G) = \frac{65}{80} + \frac{75}{80} - \frac{39}{40} = \frac{62}{80} \text{ donc } P(F \cap G) = \frac{31}{40}$$

$$4) P = \frac{\text{nb issues favorables}}{\text{nb total d'issues}} = \frac{13}{15}$$

points A, E et B ne sont pas alignés

$$3) x_M = \frac{x_A + x_C}{2} = 2 \text{ et } y_M = \frac{y_A + y_C}{2} = -1 \text{ donc } M(2; -1)$$

4) a) Si ABCD est un parallélogramme alors $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$ or $\overrightarrow{AB}(7;4)$ et $\overrightarrow{DC}(6-x_D; -3-y_D)$. Or si deux vecteurs sont égaux alors leurs coordonnées sont égaux. Donc $6-x_D = 7$ et $-3-y_D = 4$ on obtient $D(-1; -7)$

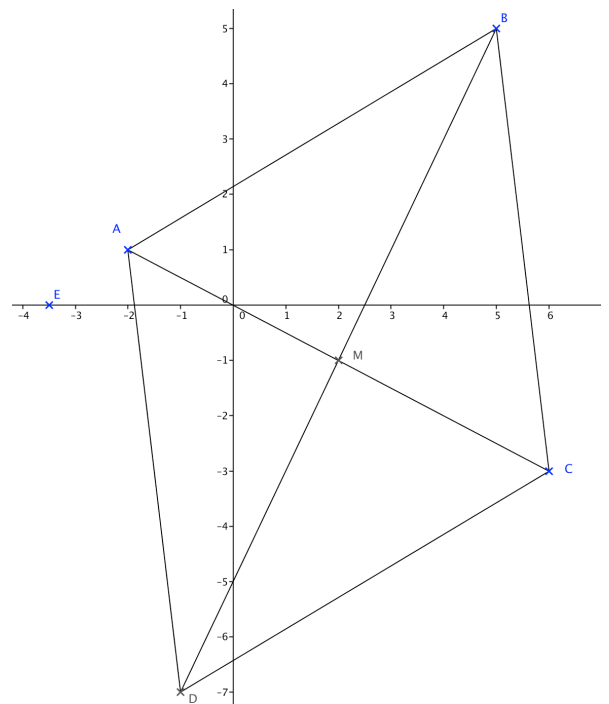
$$b) MA = \sqrt{(x_A - x_M)^2 + (y_A - y_M)^2} \text{ de même } MB = \sqrt{(5-2)^2 + (5+1)^2} \text{ et } BA = \sqrt{(-2-5)^2 + (1-5)^2}$$

$$MA = \sqrt{(-2-2)^2 + (1+1)^2} = \sqrt{20} \text{ donc } MA^2 = 20 \quad MB = \sqrt{45} \text{ donc } MB^2 = 45 \quad BA = \sqrt{65} \text{ donc } BA^2 = 65$$

On constate que $MA^2 + MB^2 = BA^2$ D'après le théorème de Pythagore ABM est rectangle en M.

c) M est le milieu de la diagonale [AC] du parallélogramme ABCD. C'est donc le point d'intersection de ses diagonales. ABCD est un parallélogramme dont les diagonales sont perpendiculaires donc c'est un losange.

Exercice 5 :



$$2) \overrightarrow{AB}(x_B - x_A; y_B - y_A) \text{ et } \overrightarrow{AE}(x_E - x_A; y_E - y_A)$$

$$\overrightarrow{AB}(5+2; 5-1) \quad \overrightarrow{AE}(-3, 5+2; 0-1)$$

$$\overrightarrow{AB}(7; 4) \quad \overrightarrow{AE}(-1, 5; -1)$$

Les vecteurs $\vec{u}(x; y)$ et $\vec{v}(x'; y')$ sont

colinéaires si et seulement si $xy' - x'y = 0$. Ici

$$7 \times (-1) - 4 \times (-1, 5) = -1 \text{ donc les vecteurs}$$

$\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AE}$ ne sont pas colinéaires donc les

Exercice 6 :

1) a) $f(2) = 2^2 - 2 - 3 = -1$ et $f(3) = 3^2 - 3 - 3 = 3$ donc $f(2) < 0$ et $f(3) > 0$

b) $f(2,5) = 2,5^2 - 2,5 - 3 = 0,75$ donc $f(2,5) > 0$.

c) La solution se trouve dans l'intervalle $[2 ; 2,5]$ car $f(2) < 0$ et $f(2,5) > 0$ donc le point de la courbe, d'abscisse 2 est en dessous de l'axe des abscisses et le point d'abscisse 2,5 est au dessus. L'intersection se trouve donc entre 2 et 2,5.

2)

	Initialisation	1 ^{er} passage	2 ^{ème} passage	3 ^{ème} passage	4 ^{ème} passage
x	/	2,5	2,25	2,375	2,3125
$x^2 - x - 3$	/	0,75	-0,1875	0,265625	0,03515625
A	2	2	2,25	2,25	2,25
B	3	2,5	2,5	2,375	2,3125
$B - A$	1	0,5	0,25	0,125	0,0625

3) L'algorithme affiche 2,3125. C'est une valeur approchée à 0,1 près de la solution de l'équation $x^2 - x - 3 = 0$ située dans $[2;3]$.

Bonus : En utilisant la forme canonique, puis factorisée de la fonction f , donner la valeur exacte de la solution positive de l'équation $x^2 - x - 3 = 0$.