GENERALITES SUR LES FONCTIONS

I Intervalle

Un intervalle est l'ensemble des valeurs comprises entre deux bornes. Ces bornes sont
- soit des valeurs numériques et sont alors incluses ou non dans l'intervalle
- soit + ou – l'infini.

Par exemple :
- $]-\infty;4]$ est l'ensemble de tous les nombres inférieurs ou égaux à 4.
- $]-3;6[$ est l'ensemble de tous les nombres supérieurs strictement à -3 et inférieurs strictement à 6.
- $[100;+\infty[$ est l'ensemble de tous les nombres supérieurs ou égaux à 100.

II Fonction définie sur un intervalle

Définition :

- D est un intervalle ou une réunion d'intervalle de IR. **Définir une fonction** f de D dans IR, c'est associer à chaque nombre x de D un nombre unique noté $f(x)$.
- On dit que D est **l'ensemble de définition** de f, ou que f est définie sur D.
- Si $f(a)=b$ on dit que b est **l'image** de a par f et que a est un **antécédent** de b par f.

Notations : Pour présenter la fonction, définie sur D, qui à x associe $3x^2 - 5$

On écrit : $f : D \to \text{IR}$

$x \mapsto 3x^2 - 5$

Convention : Si l'ensemble de définition d'une fonction n'est pas précisé, par convention, c'est l'ensemble de tous les nombres x pour lesquels on peut calculer $f(x)$.

Exemple : la fonction f tq $f(x) = \dfrac{2}{x-3}$ est définie pour tout x différent de 3 donc son ensemble de définition est : $]-\infty;3[\cup]3;+\infty[$

Remarque : Les deux conditions à vérifier sont :

Une division (fraction) n'est définie que si le diviseur est non nul.

Seule la racine carrée d'un nombre positif est définie

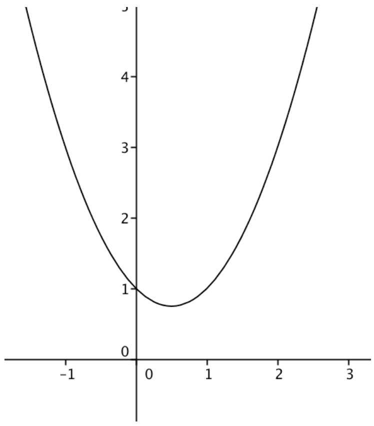
III Représentation graphique d'une fonction

Définition :

Soit f une fonction dont l'ensemble de définition est D.
La représentation graphique de f (ou courbe représentative) C de f dans un repère est l'ensemble des points de coordonnées (a ; $f(a)$), où a est un élément de D.

M(a ; b) est un point de la courbe si et seulement si $a \in D$ et $f(a)=b$

Exemple : la fonction *f* tq $f(x) = x^2 - x + 1$ a pour représentation graphique la courbe ci-contre :

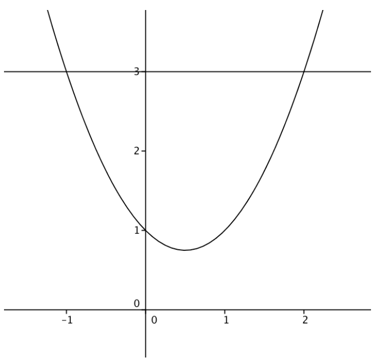


On peut lire que l'image de 0 par f est 1, que 0 n'a pas d'antécédent par f.

La courbe d'une fonction permet de résoudre graphiquement certaines équations et d'obtenir ainsi des valeurs approchées des solutions.

a) Equation ; $f(x)=k$ ($k \in R$)

Les solutions de l'équation ; $f(x)=k$ sont les abscisses des points d'intersection de la courbe C_f et de la droite d'équation $y = k$.



Exemple : Les solutions de l'équation $x^2 - x + 1 = 3$ sont les abscisses des points d'intersection de la courbe représentative de la fonction *f* définie par $f(x) = x^2 - x + 1$ et de la droite d'équation $y = 3$: Cette équation semble avoir 2 solutions : $x = -1$ et $x = 2$

b) Equation ; $f(x)=g(x)$

Les solutions de l'équation ; $f(x)=g(x)$ sont les abscisses des points d'intersection de la courbe C_f et de la courbe C_f

Exemple : Les solutions de l'équation $x^2 - x + 1 = 5 - x$ sont les abscisses des points d'intersection de la courbe représentative de la fonction *f* définie par $f(x) = x^2 - x + 1$ et de la courbe représentative de la fonction *g* définie par $g(x) = 5 - x$ Cette équation semble avoir 2 solution : $x = -2$ *et* $x=2$